

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет



Р.А. Бостанов

«04» июля 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Приближенные методы решения интегральных и дифференциальных  
уравнений**

*(наименование дисциплины (модуля))*

Направление подготовки

***44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)***

*(шифр, название направления)*

Направленность (профиль)

***Математика; информатика***

Квалификация выпускника

***бакалавр***

Форма обучения

***Очная, заочная***

Год начала подготовки

**2020**

Карачаевск, 2023

Составитель:

канд. физ.-мат. наук, доцент *Лайпанова З. М.*

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 №125; образовательной программой высшего образования и учебным планом по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) «Математика; информатика»; локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа обновлена и утверждена на заседании кафедры математического анализа на 2023-2024 учебный год

Протокол №10 от 30.06. 2023 г.

Заведующий кафедрой, канд. физ.-мат. наук, доцент



*/Лайпанова З.М./*

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	6
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах).....	6
5.2. Тематика лабораторных занятий.....	8
5.3. Примерная тематика курсовых работ.....	8
6. Образовательные технологии.....	8
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	10
7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций.....	10
7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.....	12
7.2.1. Примерные вопросы к итоговой аттестации.....	12
7.3.2. Комплект заданий для контрольной работы по дисциплине.....	13
7.2.3. Тестовые задания для проверки знаний студентов.....	17
7.2.4. Бально-рейтинговая система оценки знаний обучающихся.....	22
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины. Информационное обеспечение образовательного процесса.....	24
88.1. Основная литература:.....	24
8.2. Дополнительная литература:.....	24
9. Методические указания для обучающихся по освоению учебной дисциплины (модуля).....	25
10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля).....	25
10.1. Общесистемные требования.....	25
10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	26
10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.....	27
10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	27
11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	28
12. Лист регистрации изменений.....	30

### 1. Наименование дисциплины (модуля)

*Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений.*

**Целью** изучения дисциплины является обучение студентов основным методам решения уравнений с частными производными и использованию их в качестве основного аппарата при математическом моделировании физических, биологических и других процессов

**Для достижения цели ставятся задачи:**

**Целью** изучения дисциплины является освоение основных численных методов, особенностей областей применения и методик их как готового инструмента практической работы при проектировании разработке систем, математической обработке данных экономических и других задач.

**Для достижения цели ставятся задачи:**

- ознакомить с приближенными методами решения уравнений;
- уметь применять математические методы, физические законы и вычислительную технику для решения практических задач;
- дать представление об использовании и применении дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений с частными производными при исследовании простейших математических моделей реальных процессов.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений и является дисциплиной по выбору.

Дисциплина (модуль) изучается на 5 курсе в 9 семестре.

<b>МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО</b>	
Индекс	Б1.В.ДВ.04.01
<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
Для освоения данной дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках освоения дисциплин: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Алгебра»	
<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
Изучение дисциплины необходимо для успешного освоения дисциплин и практик, формирующих компетенцию ПК-7, ПК-8	

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО/ ООП	Индикаторы достижения компетенций	Декомпозиция компетенций (результаты обучения) в соответствии с установленными индикаторами
<b>ПК-7</b>	Способен моделировать явления и процессы, пользоваться построением моделей для решения	ПК.Б-7.1. Знает сущность и роль моделирования в науке, владеет технологией реализации всех этапов моделирования, в том числе интерпретации и анализа качества модели, пониманием критериев качества математических исследований,	<b>Знать:</b> методы моделирования реальных процессов с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений <b>Уметь:</b> строить математические модели и

	<p>практических задач и проблем в своей профессиональной деятельности, формировать банки моделей и задач, решаемых с их помощью, а также визуализаций этих моделей</p>	<p>принципов экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий.  ПК.Б-7.2. Владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен строить математические модели и их визуализации для решения практических задач и проблем, а также исследовать и анализировать модели, корректировать их по результатам исследования и анализа.  ПК.Б-7.3. Способен применить технологию модельного подхода в школьном курсе математики. Готов использовать моделирование для обучения школьников, довести до их понимания, как модели иллюстрируют связь математики с окружающим миром</p>	<p>их визуализации при помощи дифференциальных уравнений; использовать моделирование для обучения школьников  <b>Владеть:</b> навыками решения дифференциальных уравнений, используемых для моделирования явлений и процессов.</p>
<p><b>ПК-8</b></p>	<p>Способен демонстрировать знание основных положений и концепций классических разделов математической науки (информатики) и применять их при реализации образовательного процесса</p>	<p>ПК.Б-8.1. Владеет базовыми знаниями по основным разделам классической математики (информатики) и умеет их применять в своей профессиональной деятельности.  ПК.Б-8.2. Знает основные идеи и методы математики (информатики). Умеет использовать приобретенные знания и навыки в практической деятельности, для решения прикладных (исследовательских) задач, в том числе социально-экономических, физических, профессиональной деятельности.  ПК.Б-8.3. Владеет аксиоматическим методом, знает систему основных математических структур и может их применить в профессиональной деятельности.  ПК.Б-8.4. Знает и понимает значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе; способен применить это знание в своей педагогической деятельности при реализации образовательного процесса</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия дисциплины, ее методы и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата.  <b>Уметь:</b> использовать приобретенные знания и навыки в практической деятельности, для решения прикладных (исследовательских) задач, в том числе социально-экономических, физических, профессиональной деятельности.  <b>Владеть:</b> способностью понимать и применять математические методы к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе.</p>

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 2 ЗЕТ, 72 академических часа.

Объём дисциплины	Всего часов	
	для очной формы обучения	для заочной формы обучения
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	72	72
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)</b>		
<b>Аудиторная работа (всего):</b>	36	6
в том числе:		
лекции	12	2
семинары, практические занятия	24	4
практикумы		
лабораторные работы		
<b>Внеаудиторная работа:</b>		
консультация перед зачетом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.		
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>	36	62
<b>Контроль самостоятельной работы</b>		4
<b>Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)</b>	зачет	экзамен

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)**

Для очной формы обучения

№ п/п	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля	
			всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа		Планируемые результаты обучения
				Лек	Пр	Лаб			
	<b>Раздел 1. Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	<b>34</b>	<b>6</b>	<b>8</b>		<b>20</b>			
1	Метод Эйлера	6	2			2	ПК-7, ПК-8	Решение задач	
2	Метод Рунге - Кутты	6				4	ПК-7,	Решение	

						ПК-8	задач
3	Метод Милна	6			4	ПК-7, ПК-8	Решение задач
4	Уравнения гиперболического типа. Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера	6	2	2	2	ПК-7, ПК-8	Решение задач
5	Метод Адамса	6	2	2	2	ПК-7, ПК-8	Решение задач
6	Метод Крылова отыскания начального отрезка	6		2	4	ПК-7, ПК-8	Решение задач
7	Метод конечных разностей	4		2	2	ПК-7, ПК-8	Решение задач
<b>Раздел 2. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений с частными производными</b>		<b>18</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>8</b>		
8	Метод сеток для задачи Дирихле	6	2	2	2	ПК-7, ПК-8	Решение задач
9	Метод сеток для уравнения параболического типа	6		2	4	ПК-7, ПК-8	Решение задач
10	Метод сеток для уравнения гиперболического типа	6	2	2	2	ПК-7, ПК-8	Решение задач
<b>Раздел 3. Приближенные методы решения интегральных уравнений</b>		<b>12</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>		
11	Квадратурный метод решения интегральных уравнений Фредгольма	6	2	2	2	ПК-7, ПК-8	Решение задач
12	Квадратурный метод решения интегральных уравнений Вольтерра	6		2	4	ПК-7, ПК-8	Решение задач
<b>Всего</b>		<b>72</b>	<b>12</b>	<b>24</b>	<b>36</b>		

**Для заочной формы обучения**

№ п/п	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемк ость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля	
			Аудиторные уч. занятия	Сам. работа	Планируемые результаты обучения	Лек	Пр		Лаб
<b>Раздел 1. Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений</b>		<b>16</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>10</b>			
1	Метод Эйлера	5	1			4	ПК-7, ПК-8 Решение задач		
2	Метод Рунге - Кутта	5	1			4	ПК-7, ПК-8 Решение задач		
3	Метод Милна	6				6	ПК-7, ПК-8 Решение задач		
4	Уравнения гиперболического	6		2		4	ПК-7, Решение		

	типа. Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера					ПК-8	задач
5	Метод Адамса	6			6	ПК-7, ПК-8	Решение задач
6	Метод Крылова отыскания начального отрезка	6			6	ПК-7, ПК-8	Решение задач
7	Метод конечных разностей	6			6	ПК-7, ПК-8	Решение задач
<b>Раздел 2. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений с частными производными</b>		<b>18</b>		<b>2</b>	<b>8</b>		
8	Метод сеток для задачи Дирихле	6			6	ПК-7, ПК-8	Решение задач
9	Метод сеток для уравнения параболического типа	6		2	4	ПК-7, ПК-8	Решение задач
10	Метод сеток для уравнения гиперболического типа	6			6	ПК-7, ПК-8	Решение задач
<b>Раздел 3. Приближенные методы решения интегральных уравнений</b>		<b>10</b>			<b>6</b>		
11	Квадратурный метод решения интегральных уравнений Фредгольма	6			6	ПК-7, ПК-8	Решение задач
12	Квадратурный метод решения интегральных уравнений Вольтерра	4			4	ПК-7, ПК-8	Решение задач
	<b>Контроль</b>	4					
	<b>Всего</b>	<b>72</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>64</b>		

### **5.2. Тематика лабораторных занятий**

Учебным планом не предусмотрены

### **5.3. Примерная тематика курсовых работ**

Учебным планом не предусмотрены

## **6. Образовательные технологии**

При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения.

Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.



## **Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений и лидерских качеств при проведении учебных занятий.**

Практические (семинарские занятия относятся к интерактивным методам обучения и обладают значительными преимуществами по сравнению с традиционными методами обучения, главным недостатком которых является известная изначальная пассивность субъекта и объекта обучения.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

Методические рекомендации по проведению различных видов практических (семинарских) занятий.

### **1. Обсуждение в группах**

Групповое обсуждение какого-либо вопроса направлено на нахождение истины или достижение лучшего взаимопонимания, Групповые обсуждения способствуют лучшему усвоению изучаемого материала.

На первом этапе группового обсуждения перед обучающимися ставится проблема, выделяется определенное время, в течение которого обучающиеся должны подготовить аргументированный развернутый ответ.

Преподаватель может устанавливать определенные правила проведения группового обсуждения:

- задавать определенные рамки обсуждения (например, указать не менее 5.... 10 ошибок);
- ввести алгоритм выработки общего мнения (решения);
- назначить модератора (ведущего), руководящего ходом группового обсуждения.

На втором этапе группового обсуждения вырабатывается групповое решение совместно с преподавателем (арбитром).

Разновидностью группового обсуждения является круглый стол, который проводится с целью поделиться проблемами, собственным видением вопроса, познакомиться с опытом, достижениями.

### **2. Публичная презентация проекта**

Презентация – самый эффективный способ донесения важной информации как в разговоре «один на один», так и при публичных выступлениях. Слайд-презентации с использованием мультимедийного оборудования позволяют эффективно и наглядно представить содержание изучаемого материала, выделить и проиллюстрировать сообщение, которое несет поучительную информацию, показать ее ключевые содержательные пункты. Использование интерактивных элементов позволяет усилить эффективность публичных выступлений.

### **3. Дискуссия**

Как интерактивный метод обучения означает исследование или разбор. Образовательной дискуссией называется целенаправленное, коллективное обсуждение конкретной проблемы (ситуации), сопровождающейся обменом идеями, опытом, суждениями, мнениями в составе группы обучающихся.

Как правило, дискуссия обычно проходит три стадии: ориентация, оценка и консолидация. Последовательное рассмотрение каждой стадии позволяет выделить следующие их особенности.

Стадия ориентации предполагает адаптацию участников дискуссии к самой проблеме, друг другу, что позволяет сформулировать проблему, цели дискуссии; установить правила, регламент дискуссии.

В стадии оценки происходит выступление участников дискуссии, их ответы на возникающие вопросы, сбор максимального объема идей (знаний), предложений, пресечение преподавателем (арбитром) личных амбиций отклонений от темы дискуссии.

Стадия консолидации заключается в анализе результатов дискуссии, согласовании мнений и позиций, совместном формулировании решений и их принятии.

В зависимости от целей и задач занятия, возможно, использовать следующие виды дискуссий: классические дебаты, экспресс-дискуссия, текстовая дискуссия, проблемная дискуссия, ролевая (ситуационная) дискуссия.

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций

Уровни сформированности компетенций	Индикаторы	Качественные критерии оценивание			
		2 балла	3 балла	4 балла	5 баллов
<b>ПК-7</b>					
Базовый	<p><b>Знать:</b> методы моделирования реальных процессов с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений</p> <p><b>Уметь:</b> строить математические модели и их визуализации при помощи дифференциальных уравнений; использовать моделирование для обучения школьников</p> <p><b>Владеть:</b> навыками решения дифференциальных уравнений, используемых для моделирования явлений и процессов</p>	<p>Не знает методы моделирования реальных процессов с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений</p> <p>Не умеет строить математические модели и их визуализации при помощи дифференциальных уравнений; использовать моделирование для обучения школьников</p> <p>Не владеет навыками решения дифференциальных уравнений, используемых для моделирования явлений и процессов</p>	<p>В целом знает методы моделирования реальных процессов с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений</p> <p>В целом умеет строить математические модели и их визуализации при помощи дифференциальных уравнений; использовать моделирование для обучения школьников</p> <p>В целом владеет навыками решения дифференциальных уравнений, используемых для моделирования явлений и процессов</p>	<p>Знает методы моделирования реальных процессов с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений</p> <p>Умеет строить математические модели и их визуализации при помощи дифференциальных уравнений; использовать моделирование для обучения школьников</p> <p>Владеет навыками решения дифференциальных уравнений, используемых для моделирования явлений и процессов</p>	
Повышенный	<p><b>Знать:</b> методы моделирования реальных процессов с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений</p>				В полном объеме знает методы моделирования реальных процессов с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений

	<b>Уметь:</b> строить математические модели и их визуализации при помощи дифференциальных уравнений; использовать моделирование для обучения школьников				Умеет в полном объеме строить математические модели и их визуализации при помощи дифференциальных уравнений; использовать моделирование для обучения школьников
	<b>Владеть:</b> навыками решения дифференциальных уравнений, используемых для моделирования явлений и процессов				В полном объеме владеет навыками решения дифференциальных уравнений, используемых для моделирования явлений и процессов

**ПК-8**

Базовый	<b>Знать:</b> основные понятия дисциплины, ее методы и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата	Не знает основные понятия дисциплины, ее методы и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата	В целом знает основные понятия дисциплины, ее методы и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата	Знает основные понятия дисциплины, ее методы и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата	
	<b>Уметь:</b> использовать приобретенные знания и навыки в практической деятельности, для решения прикладных (исследовательских) задач, в том числе социально-экономических, физических, профессиональной деятельности	Не умеет использовать приобретенные знания и навыки в практической деятельности, для решения прикладных (исследовательских) задач, в том числе социально-экономических, физических, профессиональной деятельности	В целом умеет использовать приобретенные знания и навыки в практической деятельности, для решения прикладных (исследовательских) задач, в том числе социально-экономических, физических, профессиональной деятельности	Умеет использовать приобретенные знания и навыки в практической деятельности, для решения прикладных (исследовательских) задач, в том числе социально-экономических, физических, профессиональной деятельности	
	<b>Владеть:</b> способностью понимать и применять математические методы к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и	Не владеет способностью понимать и применять математические методы к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе	В целом владеет способностью понимать и применять математические методы к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе	Владеет способностью понимать и применять математические методы к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе	

	обществе				
Повышенный	<b>Знать:</b> основные понятия дисциплины, ее методы и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата				В полном объеме знает основные понятия дисциплины, ее методы и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата
	<b>Уметь:</b> использовать приобретенные знания и навыки в практической деятельности, для решения прикладных (исследовательских) задач, в том числе социально-экономических, физических, профессиональной деятельности				В полном объеме умеет использовать приобретенные знания и навыки в практической деятельности, для решения прикладных (исследовательских) задач, в том числе социально-экономических, физических, профессиональной деятельности
	<b>Владеть:</b> способностью понимать и применять математические методы к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе				В полном объеме владеет способностью понимать и применять математические методы к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе

**7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины**

### 7.2.1. Примерные вопросы к итоговой аттестации

#### ПК-7, ПК-8.

1. Метод Эйлера.
2. Метод Рунге-Кутты.
3. Метод Адамса.
4. Метод Милна.
5. Метод Крылова отыскания начального отрезка.
6. Метод конечных разностей.
7. Метод прогонки.
8. Метод Галеркина.
9. Метод коллокации.
10. Метод сеток для задачи Дирихле.

11. Итерационный метод решения системы конечно-разностных уравнений.
12. Решение краевых задач для криволинейных областей.
13. Метод сеток для уравнения параболического типа.
14. Метод прогонки для уравнения теплопроводности.
15. Метод сеток для уравнения гиперболического типа.
16. Общие сведения об интегральных уравнениях.
17. Квадратурный метод решения интегральных уравнений Фредгольма.
18. Квадратурный метод решения интегральных уравнений Вольтерра.

**Критерии оценки устного ответа на вопросы по дисциплине  
«Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений»:**

✓ 5 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

✓ 4 - балла - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

✓ 3 балла – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

✓ 2 балла – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

**7.3.2. Комплект заданий для контрольной работы по дисциплине**

**Тема 1. (ПК-8) Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений**

**1.1**

Применяя метод Эйлера, численно решить данные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений с данными начальными условиями на отрезке  $[a, b]$  с шагом  $h = 0,1$  при указанных значениях параметров.

1.  $y' = \alpha y^2 + \frac{\beta}{x^2}$ ,  $y(1) = 1$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ .

а)  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 0,05 + 0,05 \cdot k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, 7$ ,

б)  $\alpha = -0,5$ ,  $\beta = 0,1 + 0,1 \cdot k$ ,  $k = 0, 1, 2, 3$ .

2.  $y' = \frac{\alpha}{x^2} - \frac{y}{x} - \beta y^2$ ,  $y(1) = \gamma$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ .

Значения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  даны в табл.

Значения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 

Номер варианта	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Номер варианта	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
1	0,2	0,8	0,5	11	1,0	0,25	2,0
2	0,25	2,0	0,5	12	1,0	0,5	2,0
3	0,25	1,0	0,5	13	1,0	4,0	0,5
4	0,4	0,4	1,0	14	1,6	0,4	2,0
5	0,5	2,0	0,5	15	2,0	0,5	2,0
6	0,8	0,2	2,0	16	2,5	0,4	2,5
7	0,9	0,4	1,5	17	4,0	1,0	2,0
8	1,0	1,0	1,0	18	4,0	0,25	4,0
9	1,0	1,0	2,0	19	0,9	1,6	0,75
10	1,0	2,0	2,0	20	1,0	0,75	2,0

## 1.2

Применяя метод Эйлера с последующей итерационной обработкой, найти с точностью до  $10^{-4}$  решения данных уравнений при указанных начальных условиях на отрезке  $[0, 1]$  с шагом  $h=0,1$ .

$$1. y' = 1 - \sin(\alpha x + y) + \frac{\beta y}{2+x}, \quad y(0) = 0, \quad \alpha = 1 + 0,25 \cdot n, \quad n = 0, 1, 2, 3, 4, \quad \beta = -0,3 + 0,2 \cdot k, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4.$$

$$2. y' = \frac{\cos y}{\alpha+x} + \beta y^2, \quad y(0) = 0, \quad \alpha = 1 + 0,25 \cdot k, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, \quad \beta = -0,5 + 0,2 \cdot n, \quad n = 0, 1, 2, 3, 4.$$

## 1.3

Методом Рунге—Кутта с шагом  $h=0,1$  найти на отрезке  $[0; 0,3]$  решение следующих дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях.

$$2. x' = \frac{\cos bt}{a+x^2}, \quad x(0) = 0, \quad a = 1,0 + 0,4 \cdot n, \quad n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \quad b = 1,0 + 0,8 \cdot k, \quad k = 0, 1, 2.$$

$$3. x' = \frac{a}{t^2+x^2+b}, \quad x(0) = 0, \quad a = 1,0 + 0,4 \cdot n, \quad n = 0, 1, \dots, 5, \quad b = 1,0 + 0,4 \cdot k, \quad k = 0, 1, \dots, 5.$$

## 1.4

Методом Адамса продолжить на два шага таблицу значений решений следующих уравнений с начальными условиями  $x(0)=0$ . Взять шаг вычислений  $h=0,1$ . «Начальный отрезок» найти методом Рунге—Кутта

$$3. x' = \frac{\cos bt}{a+x^2}, \quad a = 1,0 + 0,4 \cdot n, \quad n = 0, 1, \dots, 5, \quad b = 1,0 + 0,8 \cdot k, \quad k = 0, 1, 2.$$

$$4. x' = \frac{a}{t^2+x^2+b}, \quad a = 1,0 + 0,4 \cdot n, \quad n = 0, 1, \dots, 5, \quad b = 1,0 + 0,4 \cdot k, \quad k = 0, 1, \dots, 5.$$

## 1.5

Методом Милна с точностью до  $10^{-4}$  на отрезке  $[a, b]$  найти решения следующих уравнений при заданных начальных условиях. «Начальный отрезок» найти одним из рассмотренных ранее методов.

1.  $y' = -\frac{y}{x} - \frac{2y^2}{\alpha} \ln x$ ,  $y(1) = 1$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $\alpha = 0,5 + 0,25 \cdot k$ ,  
 $k = 0, 1, 2, \dots, 20$ .

2.  $y' = \frac{1}{\alpha \cos x} - y \operatorname{tg} x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ ,  $\alpha = 0,2 + 0,01 \cdot k$ ,  
 $k = 0, 1, 2, \dots, 20$ .

## 1.6

2. Найти методом прогонки приближенные решения следующей краевой задачи:

$$y'' + f_j(x)y' + \cos(ax)y = 2x^2 + 2x - 4, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0,$$

$$a = 0,7 + 0,05 \cdot k, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4,$$

если функции  $f_j(x)$  ( $j = 1, 2, 3, 4, 5$ ) заданы табл.

Значения функций  $f_j(x)$

$x_i$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$
0,0	-1,7930	-1,7012	-1,6184	-1,5432	-1,4747
0,2	-1,7863	-1,6877	-1,5994	-1,5200	-1,4480
0,4	-1,7832	-1,6776	-1,5838	-1,5000	-1,4246
0,6	-1,7838	-1,6709	-1,5714	-1,4832	-1,4043
0,8	-1,7878	-1,6673	-1,5630	-1,4692	-1,3869
1,0	-1,7953	-1,6668	-1,5555	-1,4581	-1,3722

## 1.7

Методом Галеркина найти приближенные решения следующих краевых задач.

1.  $y'' - y' \cos x + y \sin x = f(x)$ ,  $y(-\pi) = y(\pi) = 2$ .  
 а)  $f(x) = \cos x$ , б)  $f(x) = \sin x$ , в)  $f(x) = \cos 2x$ .

## 1.8

Методом коллокации найти приближенные решения следующих краевых задач.

1.  $y'' + x^2y' - xy = f(x)$ ,  $y(0) = y(1) = 0$ .  
 а)  $f(x) = e^x$ , б)  $f(x) = e^{x^2}$ , в)  $f(x) = \sin x$ , г)  $f(x) = \cos x$ ,  
 д)  $f(x) = \operatorname{tg} x$ .

Тема 2. (ПК-7) Приближенные методы решения дифференциальных уравнений с частными производными

## 2.1

2. Применяя метод сеток с шагом  $h = 1/4$ , найти решение уравнения Лапласа в квадрате с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$ ,  $D(1, 0)$ . Краевые условия приведены в табл.

Крайевые условия

Таблица

Варианты	$u _{AB}$	$u _{BC}$	$u _{CD}$	$u _{AD}$
а)	$30y$	$30(1-x^2)$	0	0
б)	$30y$	$30 \cos \frac{\pi x}{2}$	$30 \cos \frac{\pi y}{2}$	0
в)	$50y(1-y^2)$	0	0	$50 \sin \pi x$
г)	$20y$	20	$20y^2$	$50x(1-x)$
д)	0	$50x(1-x)$	$50y(1-y^2)$	$50x(1-x)$
е)	$30 \sin \pi y$	$20x$	$20y$	$30x(1-x)$
ж)	$30(1-y)$	$20\sqrt{x}$	$20y$	$30(1-x)$
з)	$50 \sin \pi y$	$30\sqrt{x}$	$30y^2$	$50 \sin \pi x$
и)	$40y^2$	40	40	$40 \sin \frac{\pi x}{2}$
к)	$50y$	$50(1-x)$	0	$60x, 0 \leq x < 1/2$ $60(1-x), 1/2 \leq x \leq 1$

## 2.2

1. Применяя метод усреднения Либмана, найти приближенное решение уравнения Лапласа с шагом  $h=1/8$  в квадрате с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$ ,  $D(1, 0)$ . Краевые условия приведены в табл. 3.7. Итерации проводить с точностью до  $10^{-2}$ .

Таблица 3.7

Крайевые условия задачи 1

Варианты	$u _{AB}$	$u _{BC}$	$u _{CD}$	$u _{AD}$
1	$30y$	$30(1-x^2)$	0	0
2	$30y$	$30 \cos \frac{\pi x}{2}$	$30 \cos \frac{\pi y}{2}$	0
3	$50y(1-y^2)$	0	0	$50 \sin \pi x$
4	$20y$	20	$20y^2$	$50x(1-x)$
5	0	$50x(1-x)$	$50y(1-y^2)$	$50x(1-x)$
6	$30 \sin \pi y$	$20x$	$20y$	$30x(1-x)$
7	$30(1-y)$	$20\sqrt{x}$	$20y$	$30(1-x)$
8	$50 \sin \pi y$	$30\sqrt{x}$	$30y^2$	$50 \sin \pi x$
9	$40y^2$	40	40	$40 \sin \frac{\pi x}{2}$
10	$50y$	$50(1-x)$	0	$60x, 0 \leq x < 1/2$ $60(1-x), 1/2 \leq x \leq 1$

## 2.3

Разностным методом с шагом  $h$  найти решение уравнения Лапласа в области  $G$  при указанных краевых условиях. Решение конечно-разностной системы получить методом Либмана с уточнением граничных значений.

1. Шаг  $h=0,1$ , область  $G$  ограничена кривыми  $2y=1-4x^2$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ , краевые условия имеют вид

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{y=0} = (1-4x^2)x, \quad u|_{2y=1-4x^2} = 12xy^2.$$



### Тема 3. (ПК-7, ПК-8) Приближенные методы решения интегральных уравнений

#### 3.1

Применяя указанные квадратурные формулы, найти приближенные решения следующих интегральных уравнений.

$$1. y(x) + \int_0^1 \frac{y(s)}{1+x^2+s^2} ds = 1,5 - x^2 \text{ (формула трапеций при } n=4).$$

$$2. y(x) + \int_0^{0,5} \frac{(1+s)y(s)}{2+\sin \pi(x+s)} ds = 1 + \sin \pi x \text{ (формула трапеций при } n=5).$$

$$3. y(x) - \int_0^{0,96} \frac{(1+x+s)y(s)}{2+x^2+s^2} ds = e^{-x} \text{ (формула Симпсона при } n=4).$$

$$4. y(x) - \int_0^1 \frac{1+x+s}{2+xs} y(s) ds = 1 - x^2 \text{ (формула Гаусса при } n=4).$$

#### 3.2

Применяя формулу трапеций с шагом  $h=0,2$ , найти приближенные решения следующих интегральных уравнений.

$$1. y(x) - 0,5 \int_0^x \frac{y(s)}{2+\sin \pi(x+s)} ds = 2 - \sin \pi x \text{ на отрезке } [0, 1].$$

$$2. y(x) - \int_0^x \frac{y(s)}{(1+x+y)} ds = (1+x) \text{ на отрезке } [0, 1].$$

$$3. y(x) - \int_0^x \frac{y(s)}{1+e^{-xs}} ds = \operatorname{ch} x \text{ на отрезке } [0; 1,2].$$

#### 3.3

Найти приближенные решения интегральных уравнений, заменив ядро суммой первых трех членов ряда Тейлора.

$$1. y(x) - \int_0^1 \frac{\sin(aks)}{s} y(s) ds = f(x), \quad a = 0,6 + 0,2 \cdot k, \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

$$а) f(x) = x, \quad б) f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

#### Критерии оценки

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он выполнил по теме 1: 12-13 заданий, по теме 2: 3 задания, по теме 3: 8-9 заданий.
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он выполнил по теме 1: 9-11 заданий, по теме 2: 2 задания, по теме 3: 5-7;
- оценка «удовлетворительно» если он выполнил половину заданий;
- оценка «неудовлетворительно» если он выполнил меньше половины заданий.

#### 7.2.3. Тестовые задания для проверки знаний студентов

##### ПК-7, ПК-8.

**Вопрос 1.** Дано дифференциальное уравнение  $y' = y^2 - x$  при  $y(0) = 1$ . Тогда первые три члена разложения его решения в степенной ряд имеют вид ...

(Выберите не менее двух вариантов)

$$а) 1 + x + \frac{x^5}{6}$$

b)  $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$

c)  $1 + x + \frac{x^2}{2}$

d)  $-1 + x + \frac{x^2}{2}$

**Вопрос 2.** Дано дифференциальное уравнение  $y' = -6x + y^2$  при  $y(0) = 1$ . Тогда первые три члена разложения его решения в степенной ряд имеют вид ...

a)  $1 + x - 2x^7$

b)  $1 + x - 2x^2$

c)  $1 + x - 2x^2 + 6x^3$

d)  $2 + x - 2x^2$

**Вопрос 3.** Если последовательные значения функции, являющейся решением задачи Коши для дифференциального уравнения  $y' = 9y$  с начальными условиями  $y(x_0) = y_0$ ,  $x = x_0$ , находятся по методу Эйлера с шагом 0,1, то  $y_1$  равно

a)  $9y_0$ .

b)  $1,9y_0$ .

c)  $0,9y_0$ .

d)  $x_0 + 0.9y_0$

**Вопрос 4.** В основе каждого метода лежит идея графического построения решения дифференциального уравнения, однако этот метод дает одновременно и способ нахождения искомой функции в численной форме?...

a) Метод Лагранжа

b) Метод границ

c) Метод Коши

d) Метод Эйлера

**Вопрос 5.** Формула Рунге-Кутта это...

a)  $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$

b)  $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 3r_2 + 4r_3 + r_4)$

c)  $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{9}(2r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$

d)  $y_{i-1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$

**Вопрос 6.** Организовать решение методом Эйлера дифференциального уравнения  $y' = x^3y + y^2$ . Начальные условия  $y(1) = 1$ . Шаг 0,15. Чему равно значение  $y(1,3)$ ?

a) 1,52

b) 1,85

c) 2,3

d) 1,99

**Вопрос 7.** Организовать решение методом Эйлера дифференциального уравнения  $y' = x^{3,5}y + y^3$ . Начальные условия  $y(1) = 1$ . Шаг 0,1. Чему равно значение  $y(1,3)$ ?

- a) 2,166.
- b) 1,101.
- c) 2,197.
- d) 1,992.

**Вопрос 8.** Организовать решение методом Эйлера дифференциального уравнения  $y' = x^2y + y^{0,5}$ . Начальные условия  $y(0) = 1$ . Шаг 0,1. Чему равно значение  $y(0,3)$ ?

- a) 1,398
- b) 1,266
- c) 0,26
- d) 1,001

**Вопрос 9.** Организовать решение методом Рунге-Кутта дифференциального уравнения  $y' = x^2y + y^{0,5}$ . Начальные условия  $y(1) = 1$ , Шаг 0,15. Чему равно значение  $y(1,3)$ ?

- a) 2,5262
- b) 2,0012
- c) 3,7856
- d) 1,6445

**Вопрос 10.** Организовать решение методом Рунге-Кутта дифференциального уравнения  $y' = x^{3,5}y + y^3$ . Начальные условия  $y(0) = 1$ , шаг 0,01. Чему равно значение  $y(0,3)$ ?

- a) 0,9846
- b) 1,778
- c) 2,9851
- d) 1,3341

**Вопрос 11.** Для дифференциального уравнения  $y'' = 2x + y'^2$  задана краевая задача  $y(0) = 1, y(1) = 100$ . В процессе решения краевой задачи методом стрельбы были приняты следующие начальные условия:  $y(0) = 1, y'(0) = 2$ . Чему равно  $y(1)$ . Шаг решения методом Эйлера 0,1

- a) 346,4
- b) 583,4
- c) 600,01
- d) 412,8

**Вопрос 12.** Для дифференциального уравнения  $y'' = 3x + y'^2$  задана краевая задача  $y(0) = 1, y(1) = 100$ . В процессе решения краевой задачи методом стрельбы были приняты следующие начальные условия:  $y(0) = 1, y'(0) = 1$ . Чему равно  $y(1)$ . Шаг решения методом Эйлера 0,1

- a) 3,3.
- b) 4,0.

- c) 5,6.
- d) 142,5

**Вопрос 13.** Экстраполяционная формула Адамса это...

- a)  $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{24}(55y'_k + 59y'_{k-1} + 37y'_{k-2} + 9y'_{k-3})$ .
- b)  $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{24}(y'_k - y'_{k-1} + 9y'_{k-3})$
- c)  $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{24}(55y'_k - 59y'_{k-1} + 37y'_{k-2} - 9y'_{k-3})$
- d)  $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}(y'_k - y'_{k-1} + 3y'_{k-2} - 6y'_{k-3})$

**Вопрос 14.** Интерполяционная формула Адамса это...

- a)  $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{24}(y'_k - 5y'_{k-1} + 7y'_{k-2} - 9y'_{k-3})$
- b)  $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{24}(9y'_{k+1} + 19y'_k - 5y'_{k-1} + y'_{k-2})$
- c)  $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{24}(9y'_{k+1} + 37y'_k - 55y'_{k-1} + 9y'_{k-2})$
- d)  $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{14}(y'_{k+1} + y'_k - 55y'_{k-1} + y'_{k-2})$

**Вопрос 15.** Для использования метода Милна кроме начального условия  $y(x_0) = y_0$  дифференциального уравнения должны быть еще известны

- a)  $y(x_i) = y_i, i = 1, 2, 3$
- b)  $y(x_i) = y_i, i = 2$
- c)  $y(x_i) = y_i, i = 1$
- d)  $y(x_i) = y_i, i = 1, 2$

**Вопрос 16.** К разностным методам приближенного решения краевых задач для дифференциальных уравнений второго порядка относятся...

*(Выберите не менее двух вариантов)*

- a) метод конечных разностей
- b) метод Галеркина
- c) метод прогонки
- d) метод коллокации

**Вопрос 17.** К аналитическим методам приближенного решения краевых задач для дифференциальных уравнений второго порядка относятся...

*(Выберите не менее двух вариантов)*

- a) метод конечных разностей
- b) метод коллокации
- c) метод Галеркина
- d) метод прогонки

**Вопрос 18.** Какие задачи следует отнести к задачам для уравнений в частных производных?

*(Выберите не менее двух вариантов)*

- a) задачу Коши для уравнения теплопроводности
- b) смешанную задачу для уравнения переноса
- c) смешанную задачу для уравнения теплопроводности
- d) задачу Коши для уравнения в полных дифференциалах

**Вопрос 19.** Простейшим способом построения численных решений для уравнений в частных производных является...

- a) метод гиперинтерполяции
- b) метод сеток
- c) метод корневой структуры
- d) метод разностной структуры

**Вопрос 20.** Для решения одномерной смешанной задачи для уравнений в частных производных параболического типа область определения искомой функции...

- a) аппроксимируется по разностным методам
- b) интерполируется по трансцендентным зависимостям
- c) покрывается расчетной сеткой

**Вопрос 21.** Приближенное решение одномерной смешанной задачи для уравнений в частных производных параболического типа представляется в виде...

- a) таблицы детерминантных коэффициентов
- b) гиперфункции со ссылкой на переменные
- c) метафункционального подмножества
- d) сеточной функции

**Вопрос 22.** Участки решения уравнений в частных производных, характеризующиеся быстрым его изменением, называются...

- a) квазистационарным режимом
- b) пограничным слоем
- c) стационарным режимом
- d) стабильными значениями

**Вопрос 23.** Участки решения уравнений в частных производных, характеризующиеся медленным его изменением, называются...

- a) квазистационарным режимом
- b) пограничным слоем
- c) стационарным режимом
- d) стабильными значениями

**Вопрос 24.** Трудности численного решения жестких систем ОДУ связаны

- a) с выбором шага интегрирования
- b) с выбором метода интерполяции
- c) с выбором способа аппроксимации
- d) с выбором метода перебора

**Вопрос 25.** Возможна ли аппроксимация линейной системы ОДУ неявным методом Эйлера?

- a) невозможна
- b) возможна
- c) возможна только явным методом

**Вопрос 26.** Численный метод для решения уравнения является абсолютно устойчивым, если модуль функции устойчивости...

- a) не равен единице
- b) не меньше единицы

- c) не больше единицы
- d) не положительный

**Вопрос 27.** Как можно формировать разностные схемы, позволяющие учитывать специфику задачи и вариационные постановки?

- a) использовать вариационные принципы для дискретных аналогов соответствующих функционалов
- b) детерминировать градиентные зависимости
- c) округлять граничные и запредельные значения

**Вопрос 28.** При использовании вариационных принципов для дискретных аналогов функционалов получаются

- a) моноидные схемы
- b) консервативные схемы
- c) аппроксимационные схемы

**Вопрос 29.** Может ли разностная схема быть консервативной?

- a) это зависит только от коэффициентов интерполяции
- b) нет, не может
- c) да, может
- d) это зависит только от типа дифференциального уравнения

**Вопрос 30.** Для того, чтобы разностная схема называлась консервативной, необходимо, чтобы...

*(Выберите не менее двух вариантов)*

- a) в дифференциальной задаче выполняется некий закон сохранения
- b) соответствующий закон сохранения выполняется на сеточном уровне
- c) в ходе разностной аппроксимации получалось точное решение
- d) аппроксимацией по нечетным коэффициентам можно было добиться полной детерминации схемы

### **Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний**

*Ключи к тестовым заданиям.*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
c	b	d	d	a	b	c	a	a	d	b	b	c	b	a

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a, c	b, c	a,b,c	b	c	d	b	a	a	b	c	a	b	c	a, b

**Шкала оценивания** *(за правильный ответ дается 1 балл)*

«неудовлетворительно» – 50% и менее

«удовлетворительно» – 51-80%

«хорошо» – 81-90%

«отлично» – 91-100%

#### **7.2.4. Бально-рейтинговая система оценки знаний обучающихся**

Согласно Положения о бально-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся баллы выставляются в соответствующих графах журнала (см. «Журнал учета бально-рейтинговых показателей студенческой группы») в следующем порядке:

«Посещение» - 2 балла за присутствие на занятии без замечаний со стороны преподавателя; 1 балл за опоздание или иное незначительное нарушение дисциплины; 0

баллов за пропуск одного занятия (вне зависимости от уважительности пропуска) или опоздание более чем на 15 минут или иное нарушение дисциплины.

«Активность» - от 0 до 5 баллов выставляется преподавателем за демонстрацию студентом знаний во время занятия письменно или устно, за подготовку домашнего задания, участие в дискуссии на заданную тему и т.д., то есть за работу на занятии. При этом преподаватель должен опросить не менее 25% из числа студентов, присутствующих на практическом занятии.

«Контрольная работа» или «тестирование» - от 0 до 5 баллов выставляется преподавателем по результатам контрольной работы или тестирования группы, проведенных во внеаудиторное время. Предполагается, что преподаватель по согласованию с деканатом проводит подобные мероприятия по выявлению остаточных знаний студентов не реже одного раза на каждые 36 часов аудиторного времени.

«Отработка» - от 0 до 2 баллов выставляется за отработку каждого пропущенного лекционного занятия и от 0 до 4 баллов может быть поставлено преподавателем за отработку студентом пропуска одного практического занятия или практикума. За один раз можно отработать не более шести пропусков (т.е., студенту выставляется не более 18 баллов, если все пропущенные шесть занятий являлись практическими) вне зависимости от уважительности пропусков занятий.

«Пропуски в часах всего» - количество пропущенных занятий за отчетный период умножается на два (1 занятие=2 часам) (заполняется делопроизводителем деканата).

«Пропуски по неуважительной причине» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Попуски по уважительной причине» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Корректировка баллов за пропуски» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Итого баллов за отчетный период» - сумма всех выставленных баллов за данный период (графа заполняется делопроизводителем деканата).

### **Таблица перевода балльно-рейтинговых показателей в отметки традиционной системы оценивания**

Соотношение часов лекционных и практических занятий	0/2	1/3	1/2	2/3	1/1	3/2	2/1	3/1	2/0	Соответствие отметки коэффициенту
Коэффициент соответствия балльных показателей традиционной отметке	1,5	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	«зачтено»
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	«удовлетворительно»
	2	1,75	1,65	1,6	1,5	1,4	1,35	1,25	-	«хорошо»
	3	2,5	2,3	2,2	2	1,8	1,7	1,5	-	«отлично»

Необходимое количество баллов для выставления отметок («зачтено», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично») определяется произведением реально проведенных аудиторных часов (n) за отчетный период на коэффициент соответствия в зависимости от соотношения часов лекционных и практических занятий согласно приведенной таблице.

«Журнал учета балльно-рейтинговых показателей студенческой группы» заполняется преподавателем на каждом занятии.

В случае болезни или другой уважительной причины отсутствия студента на занятиях, ему предоставляется право отработать занятия по индивидуальному графику.

Студенту, набравшему количество баллов менее определенного порогового уровня, выставляется оценка "неудовлетворительно" или "не зачтено". Порядок ликвидации задолженностей и прохождения дальнейшего обучения регулируется на основе действующего законодательства РФ и локальных актов КЧГУ.

Текущий контроль по лекционному материалу проводит лектор, по практическим занятиям – преподаватель, проводивший эти занятия. Контроль может проводиться и совместно.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины. Информационное обеспечение образовательного процесса**

### **8.1. Основная литература:**

1. Егоров, А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения и система Maple: учебное пособие / Егоров А.И. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2016. - 392 с.: ISBN 978-5-91359-205-7. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/858610> (дата обращения: 23.09.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

2. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения : учебник / Г. С. Жукова. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 504 с. - ( Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015970-6. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072180> (дата обращения: 23.09.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

3. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах: учебное пособие / Г. С. Жукова. - Москва: ИНФРА-М, 2021. - 348 с. - ( Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015971-3. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072182> (дата обращения: 23.09.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный

4. Коган, Е. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учебное пособие / Е. А. Коган. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 293 с. - ( Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015817-4. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1058922> (дата обращения: 23.09.2020). – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

### **8.2. Дополнительная литература:**

1. Ледовская, Е. В. Решение дифференциальных уравнений I порядка и некоторых видов дифференциальных уравнений старшего порядка : методические указания к типовому расчету / Е. В. Ледовская, Н. Б. Махова. - Москва: МГАВТ, 2007. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/401063> (дата обращения: 23.09.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

2. Литвин, Д. Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы: учебное пособие / Д. Б. Литвин, С.В. Мелешко, И.И. Мамаев. - Ставрополь: Сервисшкола, 2017. - 76 с. - ISBN. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/976476> (дата обращения: 23.09.2020). – Режим доступа: по подписке– Текст: электронный.

3. Осадчий, Ю. М. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Ю.М. Осадчий. - Москва: ИНФРА-М, 2019. - 157 с. - ISBN 978-5-16-107965-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1039633> (дата обращения: 23.09.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум: Учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - Москва : ИНФРА-М, 2019. - 432 с. ( Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011973-1. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1010761> (дата обращения: 23.09.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.



**9. Методические указания для обучающихся по освоению учебной дисциплины (модуля)**

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: краткое, схематичное, последовательное фиксирование основных положений, выводов, формулировок, обобщений; выделение ключевых слов, терминов. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросы, терминов, материала, вызывающего трудности. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.
Практические занятия	Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом
Контрольная работа/индивидуальные задания	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и др.
Самостоятельная работа	Проработка учебного материала занятий лекционного и семинарского типа. Изучение нового материала до его изложения на занятиях. Поиск, изучение и презентация информации по заданной теме, анализ научных источников. Самостоятельное изучение отдельных вопросов тем дисциплины, не рассматриваемых на занятиях лекционного и семинарского типа. Подготовка к текущему контролю, к промежуточной аттестации.
Подготовка к итоговой аттестации	При подготовке к итоговой аттестации необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

**10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)**

**10.1. Общесистемные требования**

*Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»*

<http://kchgu.ru> - адрес официального сайта университета

<https://do.kchgu.ru> - электронная информационно-образовательная среда КЧГУ

*Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)*

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2023 / 2024 учебный год	Договор № 915 ЭБС ООО «Знаниум» от 12.05.2023г.	Действует до 15.05.2024 г.
	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № СЭБ НВ-294 от 1 декабря 2020 года.	Бессрочный
2023 / 2024 учебный год	Электронная библиотека КЧГУ (Э.Б.). Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1). Электронный адрес: <a href="https://kchgu.ru/biblioteka">https://kchgu.ru/biblioteka</a> - kchgu/	Бессрочный

2023 / 2024 учебный год	<p>Электронно-библиотечные системы:          Научная электронная библиотека          «ELIBRARY.RU» - <a href="https://www.elibrary.ru">https://www.elibrary.ru</a>.          Лицензионное соглашение №15646 от 01.08.2014г.          Бесплатно.</p> <p>Национальная электронная библиотека (НЭБ) –  <a href="https://rusneb.ru">https://rusneb.ru</a>. Договор №101/НЭБ/1391 от          22.03.2016г. Бесплатно.</p> <p>Электронный ресурс «Polred.com Обзор СМИ» –  <a href="https://polpred.com">https://polpred.com</a>. Соглашение. Бесплатно.</p>	Бессрочно
----------------------------	--	-----------

### ***10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины***

При необходимости для проведения занятий используется аудитория, оборудованная компьютером с доступом к сети Интернет с установленным на нем необходимым программным обеспечением и браузером, проектор (интерактивная доска) для демонстрации презентаций и мультимедийного материала.

В соответствии с содержанием практических (лабораторных) занятий при их проведении используется аудитория, рабочие места обучающихся в которой оснащены компьютерной техникой, имеют широкополосный доступ в сеть Интернет и программное обеспечение, соответствующее решаемым задачам.

Занятия проводятся в аудитории №19 (369200, Карачаево-Черкесская республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29. Учебный корпус № 2) для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Для проведения конференций.

*Специализированная мебель:* столы ученические, стулья, стол преподавателя, доска меловая.

*Технические средства обучения:* ноутбук с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета, телевизор, переносной проектор.

*Лицензионное программное обеспечение:*

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная.

Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная

Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.)

Рабочие места для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

1. Аудитория для самостоятельной работы студентов.

*Специализированная мебель:* столы ученические, стулья

*Технические средства обучения:* ноутбуки в количестве 3 шт. с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

*Лицензионное программное обеспечение:*

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784. Срок действия лицензии: бессрочная);

Microsoft Office (Лицензия № 60127446. Срок действия лицензии: бессрочная);

Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.)

(369200, Карачаево-Черкесская республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29, учебно-лабораторный корпус, ауд. 507)

2. Научный зал, 20 мест, 10 компьютеров

*Специализированная мебель:* столы ученические, стулья.

*Технические средства обучения:*

персональные компьютеры с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784, бессрочная),

Microsoft Office (Лицензия № 60127446, бессрочная),

Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.)

(369200, Карачаево-Черкесская республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29. Учебно-лабораторный корпус, каб.101)

3. Читальный зал, 80 мест, 10 компьютеров.

*Специализированная мебель:* столы ученические, стулья.

*Технические средства обучения:*

Дисплей Брайля ALVA с программой экранного увеличителя MAGic Pro;

стационарный видеоувеличитель Clear View с монитором;

2 компьютерных роллера USB&PS/2; клавиатура с накладкой (ДЦП);

акустическая система свободного звукового поля Front Row to Go/\$;

персональные компьютеры с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784, бессрочная),

Microsoft Office (Лицензия № 60127446, бессрочная),

Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.)

(369200, Карачаево-Черкесская республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29. Учебно-лабораторный корпус, каб.102а).

### ***10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения***

1. ABBY FineReader (лицензия №FCRP-1100-1002-3937), бессрочная.

2. Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная.

3. Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная.

4. Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.)

5. Microsoft Office (лицензия №60127446), бессрочная.

6. Microsoft Windows (лицензия №60290784), бессрочная.

### ***10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы***

#### **Современные профессиональные базы данных**

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>

2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>

3. Базы данных Scopus издательства Elsevir  
<http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.

#### **Информационные справочные системы**

1. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
2. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
3. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window/edu.ru>.
5. Информационная система «Информио».

## **11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В группах, в состав которых входят студенты с ОВЗ, в процессе проведения учебных занятий создается гибкая, вариативная организационно-методическая система обучения, адекватная образовательным потребностям данной категории обучающихся, которая позволяет не только обеспечить преемственность систем общего (инклюзивного) и высшего образования, но и будет способствовать формированию у них компетенций, предусмотренных ФГОС ВО, ускорит темпы профессионального становления, а также будет способствовать их социальной адаптации.

В процессе преподавания учебной дисциплины создается на каждом занятии толерантная социокультурная среда, необходимая для формирования у всех обучающихся гражданской, правовой и профессиональной позиции соучастия, готовности к полноценному общению, сотрудничеству, способности толерантно воспринимать социальные, личностные и культурные различия, в том числе и характерные для обучающихся с ОВЗ.

Посредством совместной, индивидуальной и групповой работы формируется у всех обучающихся активная жизненная позиция и развитие способности жить в мире разных людей и идей, а также обеспечивается соблюдение обучающимися их прав и свобод и признание права другого человека, в том числе и обучающихся с ОВЗ на такие же права.

В группах, в состав которых входят обучающиеся с ОВЗ, в процессе учебных занятий используются технологии, направленные на диагностику уровня и темпов профессионального становления обучающихся с ОВЗ, а также технологии мониторинга степени успешности формирования у них компетенций, предусмотренных ФГОС ВО при изучении данной учебной дисциплины, используя с этой целью специальные оценочные материалы и формы проведения промежуточной и итоговой аттестации, специальные технические средства, предоставляя обучающимся с ОВЗ дополнительное время для подготовки ответов, привлекая тьютеров).

Материально-техническая база для реализации программы:

1. Мультимедийные средства:

- интерактивные доски «Smart Board», «Toshiba»;
- экраны проекционные на штативе 280\*120;
- мультимедиа-проекторы Epson, Benq, Mitsubishi, Aser;

2. Презентационное оборудование:

- радиосистемы AKG, Shure, Quik;
- видеоконфликты Microsoft, Logitech;
- микрофоны беспроводные;
- класс компьютерный мультимедийный на 21 мест;
- ноутбуки Aser, Toshiba, Asus, HP;

Наличие компьютерной техники и специального программного обеспечения: имеются рабочие места, оборудованные рельефно-точечными клавиатурами (шрифт Брайля), программное обеспечение NVDA с функцией синтезатора речи,

видеоувеличителем, клавиатурой для лиц с ДЦП, роллером Распределение  
специализированного оборудования.

## 12. Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПОП	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПОП	Дата введения изменения
Переутверждение ОПОП ВО. Обновление рабочих программ дисциплин, рабочих программ практик, рабочей программы ГИА, календарного учебного графика.	29.06.2020г., протокол № 10	02.07.2020 г., протокол № 7	02.07.2020 г.
<p>В связи со вступлением в силу приказа Минобрнауки России и Минпросвещения России от 5 августа 2020 г. №885/390 «О практической подготовке обучающихся» (дата вступления в силу 22.09.2020 г.)</p> <p>1. Включить названный приказ в перечень нормативных правовых актов, перечисленных в ОПОП в разделе 1.2. Нормативно-правовая база;</p> <p>2. В ОПОП в разделе 1.2. Нормативно-правовая заменить фразу: «Приказ Минобрнауки России от 27.11.2015 г. №1383 «Об утверждении Положения о практике обучающихся, осваивающих основные профессиональные образовательные программы высшего образования» на след. текст: Приказ Минобрнауки России от 27.11.2015 г. № 1383 «Об утверждении Положения о практике обучающихся, осваивающих основные профессиональные образовательные программы высшего образования» - до признания утратившим силу приказом Минобрнауки России и Минпросвещения России от 05 августа 2020 года №885/390».</p>	01.12.2020г., протокол № 4	03.12.2020 г., протокол № 2	03.12.2020г.
Обновление договора на использование комплектов лицензионного программного обеспечения: оказание услуг по продлению лицензий на антивирусное программное обеспечение. Kaspersky Endpoint Security (номер лицензии 280E-210210-093403-420-2061). 2021-2023 годы.	23.03.2021г., протокол № 7	Решение ученого совета КЧГУ от 31 марта 2021г., протокол № 6	31.03.2021г.
Обновление договоров на предоставление доступа к электронно-библиотечным системам: Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 5184 ЭБС от 25.03.2021г. (срок действия с 30.03.2021 по	29.03.2021г., протокол № 7	Решение ученого совета КЧГУ от 31 марта 2021г., протокол № 6	31.03.2021г.

30.03.2022г.) Электронно-библиотечная система «Лань». Договор №СЭБ НВ-294 от 01.12.2020г. Бессрочный.			
Переутверждение ОПОП ВО. Обновление РПД, РПП, программы ГИА, календарного графика учебного процесса. В связи с изменениями (в Федеральный закон об образовании в РФ от 29.12.2012г № 273-ФЗ) от 31.07.2020г №304 по вопросам воспитания обучающихся, в ОПОП размещены рабочая программа воспитания и календарный план воспитательной работы.	28.06.2021г., протокол № 10	Решение Ученого совета от 30.06.2021г., протокол № 8	30.06.2021 г.
Обновление договора на предоставление доступа к электронно-библиотечным системам: Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 179 ЭБС от 22.03.2022г. (срок действия с 30.03.2022 по 30.03.2023г.)	29. 03.2022 г., протокол № 7	Решение Ученого совета КЧГУ от 30 марта 2022г., протокол №10	30.03.2022 г.
1. В связи со вступлением в силу Приказа Минобрнауки России № 245 от 06.04.2021 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам магистратуры» с 1 сентября 2022 г. включить названный приказ в перечень нормативных правовых актов. 2. Переутверждение ОП ВО. Обновление РПД, РПП, программы ГИА, календарного графика учебного процесса	28.06.2022г., протокол № 10	Решение Ученого совета КЧГУ от 29 июня 2022г., протокол №13	29.06.2022 г.
Обновлены договоры на предоставление доступа к электронно-библиотечным системам: Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 5184 ЭБС от 25.03.2021г. (срок действия с 30.03.2021 по 30.03.2022г.), Электронно-библиотечная система «Лань». Договор №СЭБ НВ-294 от 01.12.2020г. Бессрочный.			
Переутверждена ОП ВО. Обновлены РПД, РПП, программы ГИА, календарный график учебного процесса. Обновлены договоры: 1. Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.). 2. Договор № 915 ЭБС ООО «Знаниум» от 12.05.2023г. Действует до 15.05.2024г.)		29.06.2023 г., протокол № 8	29.06.2023 г.
Обновлены договоры на предоставление доступа к электронно-библиотечным системам: Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 5184 ЭБС от 25.03.2021г. (срок действия с 30.03.2021 по 30.03.2022г.), Электронно-библиотечная система «Лань». Договор №СЭБ НВ-294 от			

01.12.2020г. Бессрочный.			
--------------------------	--	--	--

**Решение кафедры:** Все зарегистрированные изменения при составлении РПД учтены.